

PGCD = Plus Grand Commun Diviseur

$PGCD(a, b)$ = Produit des facteurs communs

1) Décomposition en facteurs premiers de a et b
multiplier les facteurs communs

2) Euclide

$PGCD(44, 33)$! $a > b$

$$\begin{array}{r} \text{It. 1} \\ 44 \overline{) 33} \\ \underline{33} \\ 1 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} \text{It. 2} \\ 33 \overline{) 11} \\ \underline{33} \\ 0 \end{array}$$

$r_1 = 0 \Rightarrow PGCD(44, 33) = 11$ STOP

Si $r = 0$ (valeur) à l'itér. N

alors $PGCD =$ rest de l'itér. $N-1$
= diviseur de l'étape N

Calculez: $PGCD(1064, 728) = ?$

Corrigé By Philippe (R)

$$\begin{array}{r} 1064 \overline{) 728} \\ \underline{728} \\ 336 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 728 \overline{) 336} \\ \underline{56} \\ 2 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 336 \overline{) 56} \\ \underline{56} \\ 0 \end{array}$$

$PGCD(1064, 728) = 56$

PPCM: Plus Petit Commun Multiple

$PPCM(a, b) = N$ tel que $N = x \cdot a$
 $N = y \cdot b$

Comment le calculer...

Comment le calculer:

1) Factorisation:

multiplier tous les facteurs qui ne sont PAS en commun, et 1 seule fois les facteurs en commun.

$$\text{PPCM}(44, 33) = ?$$

$$\begin{aligned} 44 &= 2 \cdot 2 \cdot 11 \\ 33 &= 3 \cdot 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\begin{array}{c} \text{fact. 33} \\ | \\ 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11 \\ \text{facteur 44} \end{array} = 132 \leq 44 \times 33 = 132 \times 11 = 1452 \\ &\quad \quad \quad \uparrow \\ &\quad \quad \quad \text{fact. commun} \\ &\quad \quad \quad \downarrow \\ &\quad \quad \quad \text{PGCD} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{PPCM}(a, b) &\geq a \\ &\geq b \\ &\geq \max(a, b) \\ &\leq a \times b \end{aligned} \quad \text{pour tout } a \text{ et } b$$

$$\max(a, b) \leq \text{PPCM}(a, b) \leq a \times b$$

Q. val. $\text{PPCM}(1064, 728)$?

$$1064 \times 728 = 774'592$$

$$1064 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 19$$

$$728 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16 = \text{PGCD}(1064, 728)$$

$$\text{PPCM} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 19 = 13'832$$

Résultat: $a \times b = \text{PGCD}(a, b) \times \text{PPCM}(a, b)$

2^e Méthode pour calculer PPCM:

$$\text{ppcm} = \frac{a \times b}{\text{pgcd}}$$

la méthode pour calculer PPCM :

$$\text{PPCM} = \frac{a \times b}{\text{PGCD}(a, b)}$$

1) Calculer PGCD avec Euclide

$$\rightarrow \text{PPCM} = \frac{a \times b}{\text{PGCD}}$$

Exercice : Prouvez que $a \times b = \text{PGCD}(a, b) \times \text{PPCM}(a, b)$.

$$a = a_1 \times a_2 \times \dots \times a_n \quad \text{où } a_i \text{ Premier}$$

$$b = b_1 \times b_2 \times \dots \times b_n \quad \text{où } b_j \text{ Premier}$$

$$a \times b = a_1 \times \dots \times a_n \times b_1 \times \dots \times b_n \quad \begin{array}{l} \text{par def. décomposition en} \\ \text{facteurs premiers} \end{array}$$

↓ "réordonne"

$$= \underbrace{\text{PGCD}(a, b)}_{\text{facteurs "à double" dans } a_i \text{ et } b_j} \times \text{reste}$$

facteurs "à double" dans a_i et b_j

reste c'est le PPCM(a, b) POURQUOI ?

1) par def. du PGCD, c'est le PLUS GRAND commun diviseur

2) reste est un à la fois multiple de a et multiple de b
car il contient Tous les facteurs de a et b.

3) Comme Tous les facteurs communs de a et b ont été
"supprimés" (isolés dans PGCD) $\Rightarrow$ il n'y a pas de
facteur commun entre a, b et reste
à double

Par définition cela donne le PPCM(a, b)

PRÉCISION IEEE754

Dénormalisé: $(0 \{ \underbrace{00000000}_e \} m)$ $\nearrow ()_2 \in [0, \dots, 255]$

Dénormalisé $\rightarrow (X)_{IEEE} = (-1)^s \cdot 2^{-126} (0+m)$

Normalisé $= (-1)^s \cdot 2^{e-127} (1+m)$

$\underbrace{2^{-126}, \dots, 2^{-127}}_{-126, \dots, -127}$

Pourquoi -126:

Max dénormalisé: $(0 \{ 0000000 \} 11111111) \approx 2^{-127} (0.999...) \approx 1 \cdot 2^{-127}$

+ 1 bit: $(0,000\dots01)_2 = 2^{-23}$ (plus petite mantisse possible)

$(0 \{ 0000000 \} 0 \dots 0) = 2^{-127} \cdot 1$
 $= 2^{-126}$

PAS EGAL

Math: $(1 + 2^{-23}) \cdot 2^{-127}$

$= (1,0000\dots01) \cdot 2^{-127}$ ✓

Float